



РЕКОМЕНДАЦИИ УЧИТЕЛЯМ ПО СОВЕРШЕНСТВОВАНИЮ ПРЕПОДАВАНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ» ДЛЯ ВСЕХ ОБУЧАЮЩИХСЯ ГОРОДА МОСКВЫ

Группе обучающихся с минимальным уровнем подготовки

На основе выявленных дефицитов в предметной подготовке и недостаточной сформированности метапредметных результатов ФГОС у участников, не преодолевших минимальный балл, рекомендуется следующее:

1. *Ликвидация дефицитов в вычислительных навыках (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–9 классах).*

– Методика «Вычислительный тренажер»: включить в каждый урок (5–10 минут) задания на отработку арифметических действий с дробями, степенями и корнями; использовать карточки с разноуровневыми заданиями: от простых вычислений до цепочек действий.

– Прием «Одним росчерком». Учить выполнять промежуточные вычисления в уме, записывая только результат. Начинать с простых примеров, постепенно усложняя.

– Прием «Проверь соседа». Парная работа, где ученики проверяют вычисления друг друга, обсуждают ошибки и объясняют правильный способ действия. Это развивает и предметные, и коммуникативные УУД.

Типичные ошибки: невнимательность, пропуск знаков, путаница в порядке действий. Коррекция: систематическая работа с алгоритмами, проговаривание действий вслух.

2. *Ликвидация дефицитов в решении текстовых задач (начинать с 5 класса).*

– Методика «Алгоритм решения задачи». Разработать и использовать единый алгоритм: «Читаем условие → выделяем величины → строим таблицу/схему → устанавливаем связи → составляем уравнение → решаем → записываем ответ». Алгоритм должен быть представлен в виде памятки и отработан на большом количестве примеров.

– Прием «Задача без чисел». Предлагать ученикам сформулировать зависимости между величинами в общем виде, без числовых данных, что помогает научиться видеть структуру задачи.



– Прием «Составь задачу по схеме». Учить учеников составлять текстовые задачи по готовым уравнениям или таблицам. Развивает умение переводить информацию с языка математики на естественный язык и обратно.

– Прием «Разбор условия». Учить маркировать данные: подчеркивать известные величины, обводить неизвестные, выписывать ключевые слова (скорость, время, расстояние; цена, количество, стоимость).

Типичные ошибки: работа с фрагментом условия, игнорирование части данных, механическое выполнение действий. Коррекция: обучение пошаговому чтению условия, выделению и маркировке всех данных.

3. Ликвидация дефицитов в геометрической подготовке (начинать с 7 класса).

– Создание «Карточки-шпаргалки». Вместе с учениками составить и выучить мини-справочник из 5–7 основных теорем и формул (площадь треугольника, прямоугольника, трапеции; теорема Пифагора; определения синуса, косинуса, тангенса). Карточка должна быть всегда доступна, затем постепенно убираться.

– Методика «Узнай фигуру». Предлагать задания на нахождение знакомых фигур в сложных чертежах, выделение их цветом, подписывание известных элементов. Развивает умение анализа и синтеза.

– Прием «Дополнительное построение». Учить видеть, где можно провести высоту, диагональ, медиану, чтобы разбить сложную фигуру на простые. Отрабатывать на большом количестве чертежей.

– Прием «Готовый чертеж». На начальном этапе предлагать чертежи, где уже отмечены все данные, с постепенным переходом к чертежам, где часть данных нужно определить самостоятельно.

Типичные ошибки: незнание формул, неумение применить теорему, неумение выполнить дополнительное построение. Коррекция: работа с опорными конспектами, использование наглядности.

4. Ликвидация дефицитов в преобразовании алгебраических выражений (начинать с 7 класса).

– Систематическая работа с формулами. Выделить 5–6 ключевых формул (квадрат суммы, разности, разность квадратов, свойства степеней с целым



показателем) и отрабатывать их применение на тренажерах. Тренажеры должны быть короткими (5–7 минут), но регулярными.

- Методика «Найди ошибку». Предлагать готовые решения с типичными ошибками (неправильный знак, потеря степени, ошибка в применении формулы). Задание: найти и исправить ошибку, что развивает внимание и самоконтроль (регулятивные УУД).

- Прием «Сворачивание и разворачивание». Учить сворачивать выражение по формуле и, наоборот, разворачивать формулу в выражение. Отрабатывать данные умения необходимо параллельно.

- Прием «Похожие, но разные». Предлагать выражения, которые выглядят похоже, но требуют применения разных формул. Учить распознавать структуру.

Типичные ошибки: потеря знаков, неправильное применение свойств, смешение операций. Коррекция: проговаривание алгоритма действий вслух, использование схем и опорных сигналов.

5. Формирование регулятивных УУД (самоконтроль и самоорганизация).

- Обучение самопроверке. Выработать алгоритм проверки решения: «Проверь знаки → проверь вычисления → подставь ответ в условие → проверь соответствие ответа смыслу задачи». Систематически использовать на уроках при выполнении любых заданий.

- Стратегия «Сначала простые задания». Обучить учеников на экзамене начинать с заданий базового уровня, чтобы гарантированно получить баллы, и только потом переходить к более сложным. Отрабатывать эту стратегию на тренировочных работах.

- Управление временем. Научить учеников быстро оценивать сложность задания и не тратить более 5–7 минут на одно задание, если решение не получается. Использовать таймер на тренировочных работах.

- Прием «Планирование работы». Учить составлять план решения задачи перед выполнением: что я знаю, что нужно найти, какие формулы применить.

6. Формирование познавательных УУД (анализ, синтез, моделирование).

- Прием «Чтение с пометками». При решении любой задачи учить маркировать данные: «Дано», «Найти», «Известно», «Неизвестно». Это развивает умение структурировать информацию.



- Работа со схемами и опорами. Использовать визуализацию (схемы, таблицы, кластеры) для систематизации информации, особенно при решении текстовых задач и геометрических заданий.

- Прием «От частного к общему». Учить выделять существенные признаки, обобщать информацию, делать выводы.

7. Общие методические рекомендации.

- Индивидуализация. Разработать для каждого ученика из данной группы индивидуальный маршрут коррекции с учетом выявленных дефицитов.

- Систематичность. Работа должна быть регулярной (не от случая к случаю), с постепенным наращиванием сложности.

- Позитивное подкрепление. Фиксировать даже небольшие успехи, формировать у ученика уверенность в своих силах.

- Взаимосвязь предметного и метапредметного. Каждое предметное задание должно сопровождаться работой над УУД (самопроверка, планирование, анализ).

Работа с группой обучающихся, рискующих не преодолеть минимальный балл, должна быть системной, последовательной и терпеливой. Основная задача – не дать максимум знаний, а обеспечить преодоление минимального порога. Успех достигается за счет:

- регулярной отработки базовых умений (вычисления, формулы, алгоритмы);
- формирования алгоритмического мышления;
- развития навыков самоконтроля и планирования;
- создания ситуации успеха и поддержки мотивации.

Важно избегать перегрузки, концентрироваться на небольшом количестве ключевых тем и доводить их до автоматизма. Рекомендации адресованы учителям математики 5–11 классов и должны реализовываться в системе, а не только в выпускных классах.



Группе обучающихся с низким уровнем подготовки

Работать с группой, у которой низкий уровень подготовки, действительно непросто, но есть проверенные подходы, которые помогают подтянуть знания и вернуть детям уверенность. Данные рекомендации опираются на педагогическую практику и учитывают типичные сложности.

1. *Начинать с диагностики возможно на любом этапе обучения.* Прежде чем планировать уроки, выяснить реальный уровень каждого ученика и причины пробелов. Провести стартовый срез, проанализировать ошибки в контрольных, поговорить с обучающимися – возможно, дело в пропусках, слабом темпе работы или низкой мотивации. На основе этого составьте индивидуальные образовательные маршруты (ИОМ): для кого-то в фокусе будут базовые вычислительные навыки, для другого – умение переводить текст задачи в математическую модель.

2. *Используйте дифференцированный подход (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах).* Не давать всем одинаковые задания – это только усилит разрыв. Предлагать варианты разной сложности: облегчённый для отработки базы, средний и повышенный. Можно использовать карточки: с образцами решений, инструкциями, схемами для самоконтроля. При самостоятельной работе разбивать сложные задачи на этапы, напоминать нужные правила или ссылаться на ранее решённые аналогичные примеры.

3. *Делать акцент на наглядности и практике (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах).* Абстрактные понятия сложно усвоить без опоры на образ. Использовать схемы, графики, модели геометрических фигур, реальные жизненные ситуации. Активно включать практико-ориентированные задачи: расчёт бюджета, процентов, периметра и площади в бытовых контекстах. Это не только делает урок интереснее, но и развивает функциональную грамотность.

4. *Строить обучение по принципу «от простого к сложному» (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах).* Не пытаться охватить всю тему сразу. Начинать с отработки базовых навыков и простых алгоритмов, постепенно усложняя задачи. При объяснении нового материала сначала чётко сформулировать правило или алгоритм, показать 2–3 примера, и только потом предлагать ученикам самостоятельно применить способ. Полезно проговаривать шаги решения вслух – это помогает структурировать мысль.

5. *Развивать метапредметные умения целенаправленно (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах).* Часто трудности связаны не



только с пробелами в знаниях, но и с тем, что не сформированы навыки работы с информацией, планирования, самоконтроля. Включать в уроки задания, которые тренируют эти умения: смысловое чтение (учить выделять главное в условии, составлять краткую запись или таблицу); планирование (просить составить план решения перед тем, как приступить к вычислениям); самоконтроль (после решения предлагать проверить ответ на реалистичность или подставить его обратно в условие).

6. *Создавать поддерживающую атмосферу (на протяжении всего процесса обучения выстроить доверительные отношения на уровне сотрудничества).* Низкая самооценка и страх ошибки часто блокируют обучение. Стараться создавать «ситуацию успеха»: давать посильные задания, отмечать даже небольшие достижения, использовать доброжелательный тон. Не ставить ученика в ситуацию неожиданного вопроса – давать время на обдумывание, по возможности пусть ответ будет письменным. Избегать резкой критики неудач.

7. *Организовать системную отработку и повторение (начинать с 10 класса, систематически продолжать в 11 классе).* Регулярно возвращаться к ранее изученным темам, особенно к тем, где выявлены пробелы. Использовать разные формы: устный счёт в начале урока, мини-тесты, работу в парах (например, взаимопроверка решений). Полезно вести «тетрадь-справочник», куда ученик записывает ключевые формулы, определения и образцы решений.

8. *Вовлекать в сотрудничество (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах).* Работа в малых группах, где у каждого своя роль или уровень подготовки, может быть эффективной. Также можно привлекать сильных учеников в качестве консультантов – это развивает коммуникативные навыки и даёт слабому ученику дополнительную поддержку.

9. *Использовать современные ресурсы (на протяжении всего процесса обучения).* Образовательные приложения, интерактивные задания и онлайн-платформы могут разнообразить уроки и дать возможность тренироваться в индивидуальном темпе.

10. *Поддерживать связь с родителями (на протяжении всего процесса обучения).* Информировать семью о пробелах и прогрессе, обсуждать, как можно помочь дома.

11. *Обмен опытом между параллелями классов (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах).* Полезно установить сотрудничество



между учащимися классов соседних параллелей: ученики старших классов показывают ключевые моменты преодоления трудностей при изучении конкретной темы.

Важно не «натаскивать» на решение типовых задач, а постепенно восстанавливать целостную картину знаний и учить детей самостоятельно мыслить.



Группе обучающихся со средним уровнем подготовки

Сформулируем адресные рекомендации для учителей по совершенствованию преподавания математики группе обучающихся со средним уровнем подготовки (61–80 т. б.) с учётом выявленных дефицитов по данным таблицы 2-15.

1. *Усиление работы со смысловым чтением и визуальной информацией* для ликвидации дефицита в стереометрической задаче (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах). Что делать: внедрить на уроках регулярные приёмы «медленного чтения» условия задачи и «декодирования» чертежа. Конкретные приёмы: маркировка условия (обязать учащихся подчёркивать или выделять разными цветами искомое (что найти), данные (что дано) и единицы измерения), что снизит ошибки из-за невнимательности; вопросы к чертежу (после прочтения условия задавать классу 3–4 вопроса по рисунку: «Что обозначено пунктиром?», «Какой угол отмечен дугой?», «В каких единицах даны размеры?»); приём «Перескажи условие» (просить 1–2 учеников своими словами пересказать задачу, если смысл искажён – разбирать формулировку до полного понимания).

2. *Формирование навыков математического моделирования* для решения неравенств и экономики (начинать с 6 класса, систематически продолжать в 7–11 классах). Что делать: перенести акцент с «решения по образцу» на «построение модели». Конкретные приёмы: шаблон перевода условия в математику (ввести единый алгоритм для текстовых задач: «Выписать величины → определить связи (формулы) → ввести переменную → составить уравнение/неравенство → учесть ограничения (ОДЗ)»); разбор «ловушек» в формулировках (на отдельном уроке разобрать типовые фразы из задач («платеж фиксированный», «долг уменьшается равномерно») и показать, как они превращаются в формулы); метод «Обратной задачи» (дать готовое уравнение и попросить составить к нему условие), что развивает понимание связи текста и математики.

3. *Развитие пространственного мышления и культуры геометрических доказательств* для стереометрических задач второй части (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах). Что делать: усилить визуализацию и требование обоснований на каждом шаге. Конкретные приёмы: 3D-моделирование на бумаге (при разборе стереометрии требовать от обучающихся делать 2–3 вида фигуры (вид спереди, сверху, сечение)), что помогает увидеть взаимное расположение элементов; «докажи, что можно» (перед решением задачи просить обосновать, почему применима та или иная теорема); разбор ошибок по критериям



(показывать примеры реальных работ с потерей баллов из-за отсутствия обоснований и разбирать, как добавить 1–2 фразы, чтобы получить полный балл).

4. *Обучение планированию и контролю многошаговых решений* для решения неравенств и задач с параметром (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах). Что делать: сформировать у обучающихся привычку «думать до решения». Конкретные приёмы: карточки планирования (перед решением сложной задачи ученик заполняет короткую карточку: «Цель шага 1 → Что получу → Как проверю»); приём «Стоп-кадр» (в заранее подготовленном решении намеренно пропускать 1–2 шага или ставить вопрос «Почему здесь так?», учащиеся должны найти и обосновать пропущенный переход); контроль равносильности (при решении неравенств ввести правило: «Перед каждым преобразованием (умножение, возведение в степень) вслух проговаривать: «Это равносильное действие, потому что...»).

5. *Развитие исследовательских умений для задач с параметрами и нестандартных задач* для заданий высокого уровня сложности (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах). Что делать: научить обучающихся не бояться «неизвестного» и действовать системно. Конкретные приёмы: метод частных случаев (для задачи с параметром начинать не с общего решения, а с подстановки 2–3 простых значений параметра и анализа результатов, что помогает увидеть закономерность); стратегия «Оценка + пример» (для задачи на числа отрабатывать шаблон: «Сначала ищем пример → затем доказываем, что лучше нельзя (оценка)»); разбор «граничных ситуаций» (на примерах показывать, что в задачах с параметрами именно границы областей (где меняется знак, где знаменатель ноль) дают ключевые решения).

6. *Организация дифференцированной работы и анализа ошибок* (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах). Что делать: выстроить систему, где каждый ученик отрабатывает именно свои дефициты. Конкретные приёмы: мини-группы по дефицитам (на этапе закрепления разделить класс на 3 группы: «смысловое чтение», «моделирование», «доказательства» – и дать каждой группе целевые задания); дневник ошибок (ввести для учащихся единую форму записи ошибки: «Задача № X → В чём ошибка → Правило/формула → Пример для тренировки»); проводить регулярные диагностические срезы: раз в 2–3 недели проводить короткие работы (15–20 минут) на 1–2 типа проблемных заданий и отслеживать динамику.



7. *Обмен опытом между параллелями классов (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах).* Полезно установить сотрудничество между учащимися классов соседних параллелей: ученики старших классов показывают ключевые моменты преодоления трудностей при изучении конкретной темы.

Для группы со средним уровнем подготовки ключевым является не увеличение объёма задач, а изменение качества работы с каждой задачей. Учителю важно сместить фокус с «получения ответа» на «понимание процесса»: почему выбрано это действие, как проверить его корректность, какие ещё варианты возможны. Регулярное применение предложенных приёмов позволит обучающимся уверенно переходить от типовых задач к заданиям повышенного и высокого уровней сложности.



Группе обучающихся с высоким уровнем подготовки

Сформулируем рекомендации для учителей по совершенствованию преподавания математики группе обучающихся с высоким уровнем подготовки, с учётом типичных дефицитов, выявленных в данных ЕГЭ.

1. *Углубление работы с задачами высокого уровня сложности (№ 18, 19) (начинать с 9 класса, систематически продолжать в 10–11 классах).* Для сильных учеников типовые алгоритмы уже отработаны – нужно развивать исследовательскую составляющую и строгость обоснования. Что делать учителю:

- строить занятия вокруг «полного цикла» решения: от анализа условия и выдвижения гипотез до проверки граничных случаев и записи ответа по критериям, прорабатывать не только «как решить», но и «как оформить, чтобы не потерять балл»;
- использовать задачи с вариативностью методов: предлагать одну и ту же задачу решить графически и аналитически, затем сравнивать эффективность и полноту каждого подхода;
- включать «задачи-ловушки»: где интуитивное решение неверно, а строгое доказательство обязательно, что формирует привычку к обоснованию каждого шага;
- организовать разбор критериев оценивания: показывать, за что снимают баллы (неполный перебор случаев, отсутствие проверки границ, необоснованные переходы) и как этого избежать.

2. *Развитие исследовательских умений через теоретико-числовые задачи (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах).* Данная зона роста, требующая особой методики. Что делать учителю:

- выстраивать «лестницу сложности»: начинать с простых задач на чётность/делимость, затем переходить к оценкам и инвариантам, и только потом – к полноценным исследовательским задачам;
- учить «языку доказательства»: отрабатывать формулировки «докажем от противного», «рассмотрим два случая», «оценим сверху/снизу», «проверим все возможные варианты»;
- использовать парную и групповую работу: обсуждение разных подходов к одной задаче помогает увидеть альтернативные идеи и научиться аргументировать свою позицию;



- вести «банк приёмов»: фиксировать типовые методы (перебор с оценкой, чётность, делимость, экстремальные оценки) и регулярно возвращаться к ним при решении новых задач.

3. *Совершенствование геометрической подготовки (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах).* Даже у сильных учеников в геометрии теряются баллы из-за неполного обоснования или ошибок в построении. Что делать учителю:

- чередовать методы решения: координатно-векторный, классический, дополнительные построения, учить выбирать оптимальный метод для конкретной задачи;
- делать акцент на обосновании: требовать от учеников не просто «провести высоту», а объяснить, почему это возможно и что это даёт;
- отрабатывать типовые конструкции: углы между прямыми/плоскостями, расстояния, сечения, свойства окружностей и подобия;
- использовать визуализацию: чертежи на доске, 3D-модели, динамические геометрии для наглядного понимания пространственных отношений.

4. *Формирование навыков самоконтроля и рефлексии (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах).* Ошибки в решении задач повышенного уровня часто связаны не с незнанием, а с потерей контроля. Что делать учителю:

- внедрить чек-листы самопроверки: для каждого типа задач (уравнения, неравенства, экономические задачи) разработать список контрольных точек (ОДЗ, равносильность преобразований, проверка граничных случаев);
- проводить «разбор полётов»: после каждой работы разбирать не только правильные решения, но и типичные ошибки, обсуждать, как их можно было избежать;
- учить структурировать черновик: показывать, как организовать записи, чтобы можно было быстро найти и исправить ошибку;
- практиковать «обратный контроль»: подстановку ответа в условие, проверку на правдоподобие, анализ промежуточных результатов.

5. *Развитие смыслового чтения и работы с условием (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах).* Даже на базовом уровне можно наблюдать проблемы с интерпретацией формулировок – для 100 т. б. это критично. Что делать учителю:



- отрабатывать «карту условия»: учить выделять ключевые слова, подчёркивать ограничения, переводить текст в математические символы;
- анализировать типовые формулировки: разбирать, как разные слова («на отрезке», «в точке максимума», «наибольшее значение», «целое число решений») влияют на решение;
- включать задачи с «ловушками»: где формулировка похожа, а решение разное, и учиться видеть разницу;
- проводить «диктанты условий»: учитель читает условие, ученики записывают только математическую модель, что тренирует точность восприятия.

6. *Организация учебного процесса для группы высокого уровня (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах).* Что делать учителю:

- использовать дифференцированные задания: внутри группы давать задачи разного уровня сложности и формата (стандартные, комбинированные, исследовательские);
- включать элементы проектной деятельности: мини-исследования по темам, выходящим за рамки ЕГЭ (теория чисел, комбинаторика, углублённая геометрия);
- организовать разбор олимпиадных задач: это развивает нестандартное мышление и помогает лучше справляться с теоретико-числовой задачей;
- проводить регулярные пробные экзамены в формате ЕГЭ: с последующим детальным разбором, акцентом на оформление и критерии оценивания;
- вести «журнал ошибок» группы: фиксировать типичные ошибки, обсуждать их на уроках, разрабатывать стратегии предотвращения.

7. *Обмен опытом между параллелями классов (начинать с 5–6 классов, систематически продолжать в 7–11 классах).*

Полезно установить сотрудничество между учащимися параллелей: ученики старших классов показывают ключевые моменты преодоления трудностей при изучении конкретной темы. Старшеклассники данной группы могут привлекаться в качестве экспертов при проведении контролирующих и внеклассных мероприятий, осуществлять помощь при проведении кружковых занятий.

Примеры конкретных приёмов на уроке



- приём «Три решения»: предложить одну задачу решить тремя разными способами (аналитически, графически, подбором с обоснованием), затем сравнить эффективность;
- приём «Эксперт»: один ученик выступает в роли эксперта и проверяет решение товарища по критериям ЕГЭ, указывая на возможные потери баллов;
- приём «Ловушка»: учитель намеренно допускает ошибку в решении на доске – ученики должны её найти и объяснить, почему это ошибка;
- приём «Карта задачи»: перед решением ученики заполняют шаблон: «Дано», «Найти», «Ограничения», «План решения», «Возможные ошибки».

Критерии эффективности работы с группой высокого уровня:

- рост процента выполнения задач высокого уровня сложности: стабильно 80–90 % задач решаются на максимальный или почти максимальный балл;
- снижение количества ошибок в задачах повышенного уровня сложности: не более 1 ошибки на работу, связанной с контролем или условием;
- самостоятельность учеников: ученики могут сами находить и исправлять ошибки, обосновывать каждый шаг, выбирать оптимальный метод решения;
- устойчивость результатов: стабильные высокие баллы на пробных экзаменах.

Таким образом, для группы обучающихся с высоким уровнем подготовки ключевыми направлениями совершенствования преподавания являются: системная работа над задачами высокого уровня, развитие исследовательских и доказательных умений, совершенствование геометрической подготовки, формирование навыков самоконтроля и смыслового чтения, а также организация дифференцированного и проектного обучения